**Министерство образования Республики Беларусь**

**Учреждение образования**

**«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»**

Факультет инновационного непрерывного образования

Специальность «ИиТП»

**ИНДИВИДУАЛЬНАЯ ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2**

по предмету «Системный анализ и исследование операций»

Студент дистанционной формы

обучения 5 курса

Группы № 493551

Авхимович Алексей Валерьевич

г.Борисов, ул. Чапаева, 29/116

Тел. +375-44-7900085

Минск 2019

Решение задачи о назначениях

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Запасы |
| 1 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3 | 8 | 0 | 1 |
| 2 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3 | 0 | 1 |
| 3 | 5 | 2 | 1 | 1 | 5 | 6 | 0 | 1 |
| 4 | 1 | 3 | 9 | 2 | 6 | 9 | 0 | 1 |
| 5 | 9 | 2 | 3 | 3 | 7 | 3 | 0 | 1 |
| 6 | 7 | 3 | 2 | 9 | 4 | 5 | 0 | 1 |
| Потребности | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.

∑a = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6

∑b = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6

**Вы решили эту задачу методом потенциалов. Это можно делать, но для задачи этот метод не является эффективным, т.к. все базисные планы перевозок будут вырожденными.**

**Для решения задачи о назначениях используется венгерский метод. Именно этим методом надо было решать задачу. В конспекте лекций об этом написано.**

**Этап I. Поиск первого опорного плана**.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 9 | 6 | 4 | 9 | 3 | 8 | 0 | 1[0] |
| 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3 | 0 | 1[0] |
| 5 | 2 | 1 | 1 | 5 | 6 | 0 | 1[0] |
| 1 | 3 | 9 | 2 | 6 | 9 | 0 | 1[0] |
| 9 | 2 | 3 | 3 | 7 | 3 | 0 | 1[0] |
| 7 | 3 | 2 | 9 | 4 | 5 | 0 | 1[0] |
| 1[0] | 1[0] | 1[0] | 1[0] | 1[0] | 1[0] | [0] |  |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Запасы |
| 1 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] | 1 |
| 2 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] | 1 |
| 3 | 5 | 2 | 1[1] | 1 | 5 | 6 | 0[0] | 1 |
| 4 | 1[1] | 3 | 9 | 2 | 6 | 9 | 0[0] | 1 |
| 5 | 9 | 2[1] | 3 | 3 | 7 | 3 | 0[0] | 1 |
| 6 | 7 | 3 | 2 | 9[1] | 4 | 5 | 0[0] | 1 |
| Потребности | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

F(x) = 3\*1 + 3\*1 + 1\*1 + 1\*1 + 2\*1 + 9\*1 = 19

2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 12, а должно быть m + n - 1 = 12. Следовательно, опорный план является *невырожденным*.

**Этап II. Улучшение опорного плана**.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v5 = 3; 0 + v5 = 3; v5 = 3

u1 + v7 = 0; 0 + v7 = 0; v7 = 0

u2 + v7 = 0; 0 + u2 = 0; u2 = 0

u2 + v6 = 3; 0 + v6 = 3; v6 = 3

u3 + v7 = 0; 0 + u3 = 0; u3 = 0

u3 + v3 = 1; 0 + v3 = 1; v3 = 1

u4 + v7 = 0; 0 + u4 = 0; u4 = 0

u4 + v1 = 1; 0 + v1 = 1; v1 = 1

u5 + v7 = 0; 0 + u5 = 0; u5 = 0

u5 + v2 = 2; 0 + v2 = 2; v2 = 2

u6 + v7 = 0; 0 + u6 = 0; u6 = 0

u6 + v4 = 9; 0 + v4 = 9; v4 = 9

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=1 | v2=2 | v3=1 | v4=9 | v5=3 | v6=3 | v7=0 |
| u1=0 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] |
| u2=0 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] |
| u3=0 | 5 | 2 | 1[1] | 1 | 5 | 6 | 0[0] |
| u4=0 | 1[1] | 3 | 9 | 2 | 6 | 9 | 0[0] |
| u5=0 | 9 | 2[1] | 3 | 3 | 7 | 3 | 0[0] |
| u6=0 | 7 | 3 | 2 | 9[1] | 4 | 5 | 0[0] |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(2;4): 0 + 9 > 8; ∆24 = 0 + 9 - 8 = 1

(3;4): 0 + 9 > 1; ∆34 = 0 + 9 - 1 = 8

(4;4): 0 + 9 > 2; ∆44 = 0 + 9 - 2 = 7

(5;4): 0 + 9 > 3; ∆54 = 0 + 9 - 3 = 6

max(1,8,7,6) = 8

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;4): 1

Для этого в перспективную клетку (3;4) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Запасы |
| 1 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] | 1 |
| 2 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] | 1 |
| 3 | 5 | 2 | 1[1] | 1[+] | 5 | 6 | 0[0][-] | 1 |
| 4 | 1[1] | 3 | 9 | 2 | 6 | 9 | 0[0] | 1 |
| 5 | 9 | 2[1] | 3 | 3 | 7 | 3 | 0[0] | 1 |
| 6 | 7 | 3 | 2 | 9[1][-] | 4 | 5 | 0[0][+] | 1 |
| Потребности | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |

Цикл приведен в таблице (3,4 → 3,7 → 6,7 → 6,4).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (3, 7) = 0. Прибавляем 0 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 0 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Запасы |
| 1 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] | 1 |
| 2 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] | 1 |
| 3 | 5 | 2 | 1[1] | 1[0] | 5 | 6 | 0 | 1 |
| 4 | 1[1] | 3 | 9 | 2 | 6 | 9 | 0[0] | 1 |
| 5 | 9 | 2[1] | 3 | 3 | 7 | 3 | 0[0] | 1 |
| 6 | 7 | 3 | 2 | 9[1] | 4 | 5 | 0[0] | 1 |
| Потребности | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v5 = 3; 0 + v5 = 3; v5 = 3

u1 + v7 = 0; 0 + v7 = 0; v7 = 0

u2 + v7 = 0; 0 + u2 = 0; u2 = 0

u2 + v6 = 3; 0 + v6 = 3; v6 = 3

u4 + v7 = 0; 0 + u4 = 0; u4 = 0

u4 + v1 = 1; 0 + v1 = 1; v1 = 1

u5 + v7 = 0; 0 + u5 = 0; u5 = 0

u5 + v2 = 2; 0 + v2 = 2; v2 = 2

u6 + v7 = 0; 0 + u6 = 0; u6 = 0

u6 + v4 = 9; 0 + v4 = 9; v4 = 9

u3 + v4 = 1; 9 + u3 = 1; u3 = -8

u3 + v3 = 1; -8 + v3 = 1; v3 = 9

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=1 | v2=2 | v3=9 | v4=9 | v5=3 | v6=3 | v7=0 |
| u1=0 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] |
| u2=0 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] |
| u3=-8 | 5 | 2 | 1[1] | 1[0] | 5 | 6 | 0 |
| u4=0 | 1[1] | 3 | 9 | 2 | 6 | 9 | 0[0] |
| u5=0 | 9 | 2[1] | 3 | 3 | 7 | 3 | 0[0] |
| u6=0 | 7 | 3 | 2 | 9[1] | 4 | 5 | 0[0] |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;3): 0 + 9 > 4; ∆13 = 0 + 9 - 4 = 5

(2;3): 0 + 9 > 6; ∆23 = 0 + 9 - 6 = 3

(2;4): 0 + 9 > 8; ∆24 = 0 + 9 - 8 = 1

(4;4): 0 + 9 > 2; ∆44 = 0 + 9 - 2 = 7

(5;3): 0 + 9 > 3; ∆53 = 0 + 9 - 3 = 6

(5;4): 0 + 9 > 3; ∆54 = 0 + 9 - 3 = 6

(6;3): 0 + 9 > 2; ∆63 = 0 + 9 - 2 = 7

max(5,3,1,7,6,6,7) = 7

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;4): 2

Для этого в перспективную клетку (4;4) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Запасы |
| 1 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] | 1 |
| 2 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] | 1 |
| 3 | 5 | 2 | 1[1] | 1[0] | 5 | 6 | 0 | 1 |
| 4 | 1[1] | 3 | 9 | 2[+] | 6 | 9 | 0[0][-] | 1 |
| 5 | 9 | 2[1] | 3 | 3 | 7 | 3 | 0[0] | 1 |
| 6 | 7 | 3 | 2 | 9[1][-] | 4 | 5 | 0[0][+] | 1 |
| Потребности | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |

Цикл приведен в таблице (4,4 → 4,7 → 6,7 → 6,4).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (4, 7) = 0. Прибавляем 0 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 0 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Запасы |
| 1 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] | 1 |
| 2 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] | 1 |
| 3 | 5 | 2 | 1[1] | 1[0] | 5 | 6 | 0 | 1 |
| 4 | 1[1] | 3 | 9 | 2[0] | 6 | 9 | 0 | 1 |
| 5 | 9 | 2[1] | 3 | 3 | 7 | 3 | 0[0] | 1 |
| 6 | 7 | 3 | 2 | 9[1] | 4 | 5 | 0[0] | 1 |
| Потребности | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v5 = 3; 0 + v5 = 3; v5 = 3

u1 + v7 = 0; 0 + v7 = 0; v7 = 0

u2 + v7 = 0; 0 + u2 = 0; u2 = 0

u2 + v6 = 3; 0 + v6 = 3; v6 = 3

u5 + v7 = 0; 0 + u5 = 0; u5 = 0

u5 + v2 = 2; 0 + v2 = 2; v2 = 2

u6 + v7 = 0; 0 + u6 = 0; u6 = 0

u6 + v4 = 9; 0 + v4 = 9; v4 = 9

u3 + v4 = 1; 9 + u3 = 1; u3 = -8

u3 + v3 = 1; -8 + v3 = 1; v3 = 9

u4 + v4 = 2; 9 + u4 = 2; u4 = -7

u4 + v1 = 1; -7 + v1 = 1; v1 = 8

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=8 | v2=2 | v3=9 | v4=9 | v5=3 | v6=3 | v7=0 |
| u1=0 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] |
| u2=0 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] |
| u3=-8 | 5 | 2 | 1[1] | 1[0] | 5 | 6 | 0 |
| u4=-7 | 1[1] | 3 | 9 | 2[0] | 6 | 9 | 0 |
| u5=0 | 9 | 2[1] | 3 | 3 | 7 | 3 | 0[0] |
| u6=0 | 7 | 3 | 2 | 9[1] | 4 | 5 | 0[0] |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(1;3): 0 + 9 > 4; ∆13 = 0 + 9 - 4 = 5

(2;1): 0 + 8 > 5; ∆21 = 0 + 8 - 5 = 3

(2;3): 0 + 9 > 6; ∆23 = 0 + 9 - 6 = 3

(2;4): 0 + 9 > 8; ∆24 = 0 + 9 - 8 = 1

(5;3): 0 + 9 > 3; ∆53 = 0 + 9 - 3 = 6

(5;4): 0 + 9 > 3; ∆54 = 0 + 9 - 3 = 6

(6;1): 0 + 8 > 7; ∆61 = 0 + 8 - 7 = 1

(6;3): 0 + 9 > 2; ∆63 = 0 + 9 - 2 = 7

max(5,3,3,1,6,6,1,7) = 7

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (6;3): 2

Для этого в перспективную клетку (6;3) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Запасы |
| 1 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] | 1 |
| 2 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] | 1 |
| 3 | 5 | 2 | 1[1][-] | 1[0][+] | 5 | 6 | 0 | 1 |
| 4 | 1[1] | 3 | 9 | 2[0] | 6 | 9 | 0 | 1 |
| 5 | 9 | 2[1] | 3 | 3 | 7 | 3 | 0[0] | 1 |
| 6 | 7 | 3 | 2[+] | 9[1][-] | 4 | 5 | 0[0] | 1 |
| Потребности | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |

Цикл приведен в таблице (6,3 → 6,4 → 3,4 → 3,3).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (3, 3) = 1. Прибавляем 1 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 1 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Запасы |
| 1 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] | 1 |
| 2 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] | 1 |
| 3 | 5 | 2 | 1 | 1[1] | 5 | 6 | 0 | 1 |
| 4 | 1[1] | 3 | 9 | 2[0] | 6 | 9 | 0 | 1 |
| 5 | 9 | 2[1] | 3 | 3 | 7 | 3 | 0[0] | 1 |
| 6 | 7 | 3 | 2[1] | 9[0] | 4 | 5 | 0[0] | 1 |
| Потребности | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v5 = 3; 0 + v5 = 3; v5 = 3

u1 + v7 = 0; 0 + v7 = 0; v7 = 0

u2 + v7 = 0; 0 + u2 = 0; u2 = 0

u2 + v6 = 3; 0 + v6 = 3; v6 = 3

u5 + v7 = 0; 0 + u5 = 0; u5 = 0

u5 + v2 = 2; 0 + v2 = 2; v2 = 2

u6 + v7 = 0; 0 + u6 = 0; u6 = 0

u6 + v3 = 2; 0 + v3 = 2; v3 = 2

u6 + v4 = 9; 0 + v4 = 9; v4 = 9

u3 + v4 = 1; 9 + u3 = 1; u3 = -8

u4 + v4 = 2; 9 + u4 = 2; u4 = -7

u4 + v1 = 1; -7 + v1 = 1; v1 = 8

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=8 | v2=2 | v3=2 | v4=9 | v5=3 | v6=3 | v7=0 |
| u1=0 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] |
| u2=0 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] |
| u3=-8 | 5 | 2 | 1 | 1[1] | 5 | 6 | 0 |
| u4=-7 | 1[1] | 3 | 9 | 2[0] | 6 | 9 | 0 |
| u5=0 | 9 | 2[1] | 3 | 3 | 7 | 3 | 0[0] |
| u6=0 | 7 | 3 | 2[1] | 9[0] | 4 | 5 | 0[0] |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij  
(2;1): 0 + 8 > 5; ∆21 = 0 + 8 - 5 = 3

(2;4): 0 + 9 > 8; ∆24 = 0 + 9 - 8 = 1

(5;4): 0 + 9 > 3; ∆54 = 0 + 9 - 3 = 6

(6;1): 0 + 8 > 7; ∆61 = 0 + 8 - 7 = 1

max(3,1,6,1) = 6

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (5;4): 3

Для этого в перспективную клетку (5;4) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Запасы |
| 1 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] | 1 |
| 2 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] | 1 |
| 3 | 5 | 2 | 1 | 1[1] | 5 | 6 | 0 | 1 |
| 4 | 1[1] | 3 | 9 | 2[0] | 6 | 9 | 0 | 1 |
| 5 | 9 | 2[1] | 3 | 3[+] | 7 | 3 | 0[0][-] | 1 |
| 6 | 7 | 3 | 2[1] | 9[0][-] | 4 | 5 | 0[0][+] | 1 |
| Потребности | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |

Цикл приведен в таблице (5,4 → 5,7 → 6,7 → 6,4).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (5, 7) = 0. Прибавляем 0 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 0 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Запасы |
| 1 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] | 1 |
| 2 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] | 1 |
| 3 | 5 | 2 | 1 | 1[1] | 5 | 6 | 0 | 1 |
| 4 | 1[1] | 3 | 9 | 2[0] | 6 | 9 | 0 | 1 |
| 5 | 9 | 2[1] | 3 | 3[0] | 7 | 3 | 0 | 1 |
| 6 | 7 | 3 | 2[1] | 9[0] | 4 | 5 | 0[0] | 1 |
| Потребности | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v5 = 3; 0 + v5 = 3; v5 = 3

u1 + v7 = 0; 0 + v7 = 0; v7 = 0

u2 + v7 = 0; 0 + u2 = 0; u2 = 0

u2 + v6 = 3; 0 + v6 = 3; v6 = 3

u6 + v7 = 0; 0 + u6 = 0; u6 = 0

u6 + v3 = 2; 0 + v3 = 2; v3 = 2

u6 + v4 = 9; 0 + v4 = 9; v4 = 9

u3 + v4 = 1; 9 + u3 = 1; u3 = -8

u4 + v4 = 2; 9 + u4 = 2; u4 = -7

u4 + v1 = 1; -7 + v1 = 1; v1 = 8

u5 + v4 = 3; 9 + u5 = 3; u5 = -6

u5 + v2 = 2; -6 + v2 = 2; v2 = 8

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=8 | v2=8 | v3=2 | v4=9 | v5=3 | v6=3 | v7=0 |
| u1=0 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] |
| u2=0 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] |
| u3=-8 | 5 | 2 | 1 | 1[1] | 5 | 6 | 0 |
| u4=-7 | 1[1] | 3 | 9 | 2[0] | 6 | 9 | 0 |
| u5=-6 | 9 | 2[1] | 3 | 3[0] | 7 | 3 | 0 |
| u6=0 | 7 | 3 | 2[1] | 9[0] | 4 | 5 | 0[0] |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij  
(1;2): 0 + 8 > 6; ∆12 = 0 + 8 - 6 = 2

(2;1): 0 + 8 > 5; ∆21 = 0 + 8 - 5 = 3

(2;4): 0 + 9 > 8; ∆24 = 0 + 9 - 8 = 1

(6;1): 0 + 8 > 7; ∆61 = 0 + 8 - 7 = 1

(6;2): 0 + 8 > 3; ∆62 = 0 + 8 - 3 = 5

max(2,3,1,1,5) = 5

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (6;2): 3

Для этого в перспективную клетку (6;2) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Запасы |
| 1 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] | 1 |
| 2 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] | 1 |
| 3 | 5 | 2 | 1 | 1[1] | 5 | 6 | 0 | 1 |
| 4 | 1[1] | 3 | 9 | 2[0] | 6 | 9 | 0 | 1 |
| 5 | 9 | 2[1][-] | 3 | 3[0][+] | 7 | 3 | 0 | 1 |
| 6 | 7 | 3[+] | 2[1] | 9[0][-] | 4 | 5 | 0[0] | 1 |
| Потребности | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |

Цикл приведен в таблице (6,2 → 6,4 → 5,4 → 5,2).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (6, 4) = 0. Прибавляем 0 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 0 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Запасы |
| 1 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] | 1 |
| 2 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] | 1 |
| 3 | 5 | 2 | 1 | 1[1] | 5 | 6 | 0 | 1 |
| 4 | 1[1] | 3 | 9 | 2[0] | 6 | 9 | 0 | 1 |
| 5 | 9 | 2[1] | 3 | 3[0] | 7 | 3 | 0 | 1 |
| 6 | 7 | 3[0] | 2[1] | 9 | 4 | 5 | 0[0] | 1 |
| Потребности | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v5 = 3; 0 + v5 = 3; v5 = 3

u1 + v7 = 0; 0 + v7 = 0; v7 = 0

u2 + v7 = 0; 0 + u2 = 0; u2 = 0

u2 + v6 = 3; 0 + v6 = 3; v6 = 3

u6 + v7 = 0; 0 + u6 = 0; u6 = 0

u6 + v2 = 3; 0 + v2 = 3; v2 = 3

u5 + v2 = 2; 3 + u5 = 2; u5 = -1

u5 + v4 = 3; -1 + v4 = 3; v4 = 4

u3 + v4 = 1; 4 + u3 = 1; u3 = -3

u4 + v4 = 2; 4 + u4 = 2; u4 = -2

u4 + v1 = 1; -2 + v1 = 1; v1 = 3

u6 + v3 = 2; 0 + v3 = 2; v3 = 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=3 | v2=3 | v3=2 | v4=4 | v5=3 | v6=3 | v7=0 |
| u1=0 | 9 | 6 | 4 | 9 | 3[1] | 8 | 0[0] |
| u2=0 | 5 | 8 | 6 | 8 | 8 | 3[1] | 0[0] |
| u3=-3 | 5 | 2 | 1 | 1[1] | 5 | 6 | 0 |
| u4=-2 | 1[1] | 3 | 9 | 2[0] | 6 | 9 | 0 |
| u5=-1 | 9 | 2[1] | 3 | 3[0] | 7 | 3 | 0 |
| u6=0 | 7 | 3[0] | 2[1] | 9 | 4 | 5 | 0[0] |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

Минимальные затраты составят: F(x) = 3\*1 + 3\*1 + 1\*1 + 1\*1 + 2\*1 + 2\*1 = 12